

THREE YEAR BSCS./BAS. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2017

FOURTH SEMESTER

Part II – Mathematics

REAL ANALYSIS

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

PART – A

పార్ట్ - ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఏ ఐదు ప్రశ్నలకైనా సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 marks = 25 marks)

1. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 3^n}$.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 3^n}$ అను శ్రేణి యొక్క అభిసరణను పరిశీలించండి.

2. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 2}{2^n + 1} x^n, (x > 0)$.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 2}{2^n + 1} x^n, (x > 0)$ అను శ్రేణి యొక్క అభిసరణను పరిశీలించండి.

3. Examine the continuity of $f(x) = \frac{1}{x-a} \operatorname{cosec}(x-a)$ if $x \neq a$, and $f(x) = 0$ if $x = a$.

$f(x) = \frac{1}{x-a} \operatorname{cosec}(x-a), x \neq a$ మరియు $f(x) = 0, x = a$ అగునట్లు ప్రమేయము యొక్క అవిచ్ఛిన్నాన్ని పరిశీలించండి.

4. Define continuity of a function at a point and show that constant function is continuous.

ఒక బిందువు వద్ద ప్రమేయము యొక్క అవిచ్ఛిన్నాన్ని నిర్వచించి, స్థిర ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్నమని చూపండి.

5. Show that $f(x) = x \sin \frac{1}{x}, x \neq 0, f(x) = 0, x = 0$ is continuous but not derivable at $x = 0$.

$f(x) = x \sin \frac{1}{x}, x \neq 0, f(x) = 0, x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నము కాని $x = 0$ వద్ద అవకలనము కాదు అనిచూపండి.

6. Show that $f(x) = \frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}$ if $x \neq 0$ and $f(x) = 0$ if $x = 0$ is not derivable.

$f(x) = \frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}$, $x \neq 0$ మరియు $f(x) = 0$, $x = 0$ అగునట్లు ప్రమేయాలు అవకలనము కాదు అనిచూపండి.

7. State and prove Lagrange mean value theorem.

లెగ్రాంజ్ మాధ్యమ విలువల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

8. Discuss the applicability of Rolle's theorem for $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + ab}{x(a+b)}\right)$ in $[a, b]$ where $a > 0$.

$f(x) = \log\left(\frac{x^2 + ab}{x(a+b)}\right)$ అను ప్రమేయానికి $a > 0$ అగునట్లు $[a, b]$ లో రోలే సిద్ధాంతమును సరిచూడండి.

9. If $f(x) = x^2$ on $[0, 1]$ and $P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ compute $L(p, f)$ and $U(p, f)$.

$f(x) = x^2$ ను $[0, 1]$ లో నిర్వచిస్తే మరియు $P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ అయితే $L(p, f)$ మరియు $U(p, f)$ లను కనుక్కోండి.

10. Show that continuous function $f(x)$ defined on $[a, b]$ is integrable.

$[a, b]$ లో నిర్వచింపబడిన $f(x)$ అను అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయము సమాకలనము అవుతుందని చూపండి.

PART - B

పార్ట్ - బి

Answer any FIVE of the following questions choosing atleast One question from Each Section.

ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసం ఒక ప్రశ్నను ఎంచుకొని ఏ ఐదు ప్రశ్నలకైనా సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5×10 marks = 50 marks)

SECTION - A

సెక్షన్ - ఎ

11. Show that monotonic sequence is convergent iff it is bounded.

ఏకదిష్ట అనుక్రమము అభిసరించడానికి అది పరిబద్ధము అవుతుంది అనునది ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

12. State and prove Leibnitz test for alternating serial.

ఏకాంతర శ్రేణులకు లెబ్నిజ్ పరీక్షను నిర్వచించి నిరూపించండి.

(4308MAT15)

13. Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be such that $f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$ for $x < 0$, for $f(x) = c$ for $x = 0$ and $f(x) = \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}}$ for $x > 0$. Determine the values a, b, c for which the function is continuous at $x = 0$.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ను $f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$, $x < 0$; $f(x) = c$, $x = 0$ మరియు $f(x) = \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}}$, $x > 0$ అగునట్లు ప్రమేయము $x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నమైతే a, b, c విలువలు లెక్కించండి.

14. If f is continuous on $[a, b]$ and $f(a), f(b)$ have opposite signs then show that $\exists c \in (a, b)$ such that $f(c) = 0$.

$[a, b]$ లో f అవిచ్ఛిన్నమైతే $f(a), f(b)$ లకు వ్యతిరేఖ గుర్తులుండునట్లు $c \in (a, b)$ అయితే $f(c) = 0$ అని చూపండి.

15. Examine the differentiability of $f(x) = |x| + |x-1|$ at $x = 0$ and $x = 1$.

$f(x) = |x| + |x-1|$ అను ప్రమేయము యొక్క అవకలనాన్ని $x = 0$ మరియు $x = 1$ వద్ద చర్చించండి.

16. If $f(x) = x \left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} - e^{-1/x}} \right)$ if $x \neq 0$ and $f(0) = 0$, show that f is not derivable at 0.

$f(x) = x \left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} - e^{-1/x}} \right)$, $x \neq 0$ మరియు $f(0) = 0$ అగునట్లు f అవకలనము కాదు అనిచూపండి.

SECTION - B

సెక్షన్ - బి

17. State and prove Rolle's mean value theorem.

రోలే మాధ్యమ విలువల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

18. Prove that $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < \sin^{-1} 0.6 < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$.

$\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < \sin^{-1} 0.6 < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$ అని రుజువుచేయండి.

19. State and prove necessary and sufficient conditioning for Reimann integration.

రీమాన్ సమాకలనము యొక్క అవశ్యక, పర్యాప్త నియమాలను నిర్వచించి నిరూపించండి.

20. State and prove fundamental theorem of integral calculus.

సమాకలన విశ్లేషణలోని మూల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.