(4308MAT15)

THREE YEAR BSCS/BAS (CBCS) DEGREE EXAMINATIONS, APRIL 2018

FOURTH SEMESTER

Part II – Mathematics

REAL ANALYSIS

Time : 3 Hours *Max. Marks : 75*

PART – A

పార్ట్ – ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఏ ఐదు ప్రశ్నలకైనా సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 marks = 25 marks)

1. Test for convergence $\Sigma \frac{n(n+1}{(n+2)^2}$.

   $\Sigma \frac{n(n+1}{(n+2)^2}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

2. Test for convergence $\Sigma \frac{\sqrt{n}}{(n^3+1)}$.

   $\Sigma \frac{\sqrt{n}}{(n^3+1)}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

3. Discuss the continuity of $f(x) = \frac{1}{1-e^{1/x}}$, $x \neq 0, f(0) = 0$

   $f(x) = \frac{1}{1-e^{1/x}}$, $x \neq 0, f(0) = 0$ అయ్యేటట్లు నిర్వచింపబడిన ప్రమేయానికి అవిచ్ఛిన్నతను పరిశీలించండి.

4. Examine for continuity of the function f defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at $x=1$

   $x=1$ వద్ద $f(x) = |x| + |x-1|$ గా నిర్వచింపబడితే f యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరిశీలించండి.

5. Test the differentiability of the function $f(x) = |x-1|$ at $x=1$

   $x=1$ వద్ద $f(x) = |x-1|$ గా నిర్వచింపబడితే f యొక్క అవకలనీయమును పరీక్షించండి.

[P.T.O]

6. Show that $f(x)=\cos x$ is derivable at $f \in R$

$f(x)=\cos x$ అయితే $f \in R$ వద్ద f అవకలనీయము అని చూపండి.

7. Find 'C' of the Roll's theorem for the function $f(x)=\sin x$ in $[0, 2\mu]$

$[0, 2\mu]$ అంతరములో $f(x)=\sin x$ ప్రమేయానికి రోలే సిద్ధాంతము నుపయోగించి 'C' విలువను కనుగొనండి.

8. State Cauchy's and Legrange's mean value theorems.

కోషి మరియు లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల సిద్ధాంతములను వ్రాయండి.

9. If $f(x)=x^3$ on $[0,1]$ and $p=\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ compute $U(p,f)$ and $L(p,f)$

$f(x)=x^3$ ను $[0,1]$ లో నిర్వచిస్తే మరియు $p=\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ అయితే $U(p,f)$ మరియు $L(p,f)$ కనుక్కోండి.

10. If $f(x)=k \; \forall \; x \in [a, b]$ where k is a real number show that $f \in R[a, b]$

$f(x)=k \; \forall \; x \in [a, b]$ మరియు k ఒక వాస్తవ సంఖ్య అయితే f అనేది $[a, b]$లో రీమాన్ సమాకలనీయము అని చూపండి.

PART – B
పార్ట్ – బి

Answer any FIVE of the following questions, choosing atleast ONE question from each Unit.

ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసం ఒక ప్రశ్ననైనా ఎంచుకొని, ఏ ఐదు ప్రశ్నలకైనా సమాధానము వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 10 marks = 50 marks)

SECTION – A
సెక్షన్ – ఎ

UNIT – I

11. State and prove Cauchy's n^{th} root test.

కోషి n వ మూల పరీక్ష నిర్వచించి నిరూపించుము.

12. State and prove limit comparison test.

అవధి రూపంలో తులనాత్మక పరీక్ష నిర్వచించి నిరూపించండి.

UNIT – II

13. Define continuity of a function $f(x)$ at a point. If f is continuous at a point then prove that $|f|$ is continuous at the same point.

ఒక బిందువు వద్ద ప్రమేయం $f(x)$ అవిచ్ఛిన్నతను నిర్వచించండి. f ఒక బిందువు వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అయితే అదే బిందువు వద్ద $|f|$ అవిచ్ఛిన్నమని నిరూపించండి.

14. Let $f: R \to R$ be such that $f(x) = \dfrac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}$ if $x \neq 0$ and $f(0)=1$. Discuss the continuity at $x=0$.

$f(x) = \dfrac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}$ if $x \neq 0$ $f(0)=1$ అయ్యేటట్లు నిర్వచింపబడిన $f: R \to R$ ప్రమేయానికి $x=0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నతను చర్చించండి.

UNIT – III

15. Show that $f(x) = |x-1| + |x-2|$ is not derivable at $x=1$ and $x=2$

$x=1$ మరియు $x=2$ వద్ద $f(x) = |x-1| + |x-2|$ అవకలనీయము కాదని చూపండి.

16. Prove that $f(x) = x\left[\dfrac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}\right]$ if $x \neq 0$ and $f(0)=0$ is continuous but not derivable at $x=0$

$x=0$ వద్ద $f(x) = x\left[\dfrac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}\right]$, $x \neq 0$ మరియు $f(0)=0$ గా నిర్వచింపబడితే f ప్రమేయం $x=0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నము, $x=0$ వద్ద అవకలనీయం కాదని చూపండి.

SECTION – B
సెక్షన్ – బి

UNIT – IV

17. State and prove Legrange's mean value theorem.

లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతం నిర్వచించి నిరూపించుము.

18. Find 'C' of Cauchy's mean value theorem for $f(x)=\sqrt{x}$ and $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ in $[a, b]$ where $0<a<b$

$f(x)=\sqrt{x}$, $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ ప్రమేయాలకు $[a, b]$, $0<a<b$ కోషి సిద్ధాంతంనుపయోగించి 'C'ను కనుక్కోండి.

UNIT – V

19. Show that a bounded function $f:[a, b]\to R$ is Riemann integrable on $[a, b]$ if for $\in > 0$ there exists a partition of p on $[a, b]$ such that $0 \le U(p, f) - L(p, f) < \in$.

$f:[a, b]\to R$ పరిబద్ధ ప్రమేయం $[a, b]$ మీద రీమాన్ సమాకలనీయం కావడానికి ఆవశ్యకత పర్యాప్త నియమం ప్రతి $\in > 0$ కు అనుగుణంగా $0 \le U(p, f) - L(p, f) < \in$ అయ్యేటట్లు $p \in \phi[a, b]$ వ్యవస్థితం అని చూపండి.

20. State and prove fundamental theorem of Integral calculus.

సమాకలను పై ప్రాథమిక సిద్ధాంతం లేక మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.
